

# 通信・信号処理研究室紹介

## ～複素数信号を複素数化してみよう

### ● 便利な数「複素数」

問題1. □に当てはまる自然数を求めてみよう

$$\begin{cases} 5^2 = 3^2 + 4^2 \\ 13^2 = 5^2 + 12^2 \\ 17^2 = \square^2 + \square^2 \\ 29^2 = \square^2 + \square^2 \end{cases}$$

ヒント

$$\begin{aligned} 5 &= 2^2 + 1^2 \\ &= (2 + i)(2 - i) \quad \text{より} \\ 5^2 &= (2 + i)^2(2 - i)^2 \\ &= (3 + 4i)(3 - 4i) \\ &= 3^2 + 4^2 \end{aligned}$$

### ● 複素数の大きさ

問題2.  $(x_0y_0 - x_1y_1)^2 + (x_0y_1 + x_1y_0)^2$  を因数分解してみよう

$(x_0 + ix_1)(y_0 + iy_1)$  の実部

$(x_0 + ix_1)(y_0 + iy_1)$  の虚部

複素数  $z = x + iy$  の大きさを  $\|z\| = \sqrt{x^2 + y^2}$  と表すと, 問題2は

$$\|z_1 z_2\| = \|z_1\| \|z_2\| \quad \text{を意味する.}$$

### ● 複素数の複素数化

問題3.  $(x_0y_0 - x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3)^2 + (x_0y_1 + x_1y_0 + x_2y_3 - x_3y_2)^2$   
 $+ (x_0y_2 - x_1y_3 + x_2y_0 + x_3y_1)^2 + (x_0y_3 + x_1y_2 - x_2y_1 + x_3y_0)^2$   
 を因数分解してみよう

この関係式から, 2つの「4元数」 $h_1, h_2$   $\begin{cases} h_1 = x_0 + ix_1 + jx_2 + kx_3 \\ h_2 = y_0 + iy_1 + jy_2 + ky_3 \end{cases}$  を以下の規則

$$\begin{cases} i^2 = -1, & j^2 = -1, & k^2 = -1 \\ ij = -ji = k, & jk = -kj = i, & ki = -ik = j \end{cases}$$

で定義するのが“自然”であることがわかる. ここで,  $h_1$  は2つの複素数を用いて表される:

$$h_1 = (x_0 + ix_1) + (x_2 + ix_3)j$$